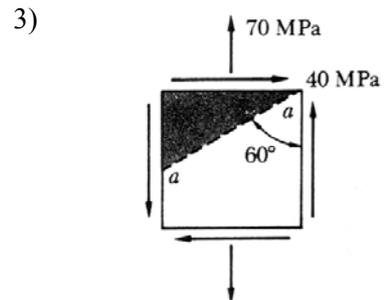
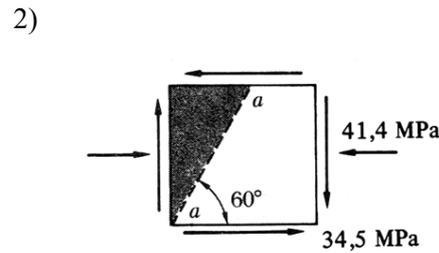
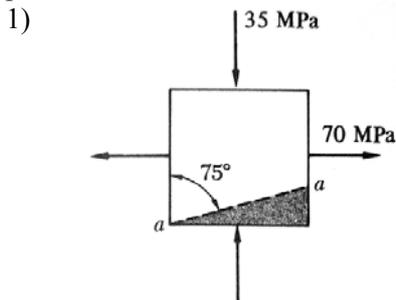




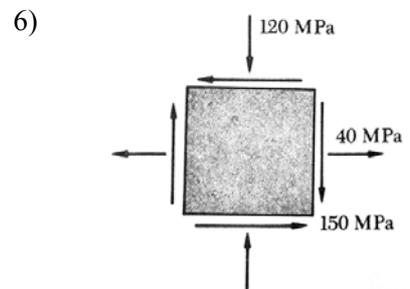
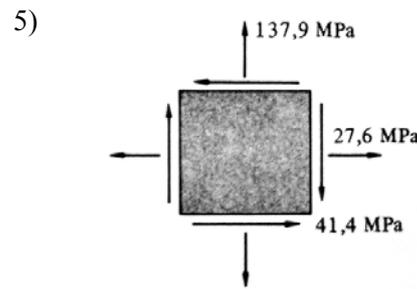
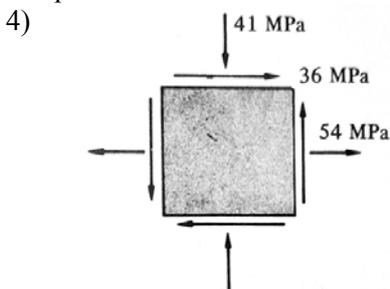
4ª LISTA DE EXERCÍCIOS

PROBLEMAS ENVOLVENDO ANÁLISE DE TENSÕES

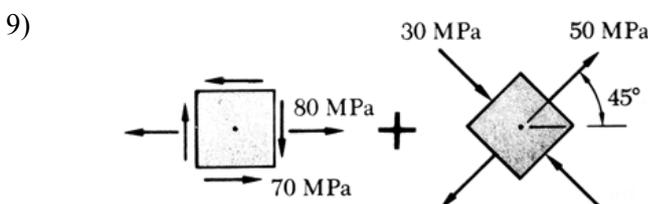
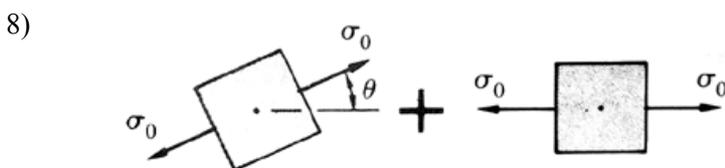
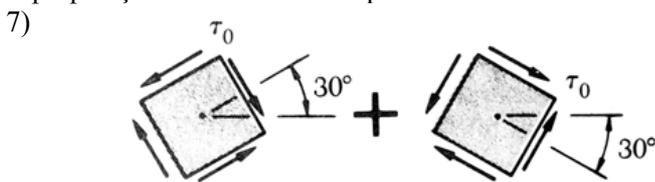
1 a 3) Determinar, para o estado de tensões indicado, a tensão normal e a tensão de cisalhamento que se exercem em um plano paralelo à linha $a-a$. Adotar o método de análise baseado nas equações de equilíbrio da parte sombreada do cubo elementar indicada.



4 a 6) Determinar, para o estado de tensões indicado: a) os planos principais; b) as tensões principais; c) os planos de máxima tensão de cisalhamento; d) a máxima tensão de cisalhamento; e) as tensões normais atuantes nos planos de máxima tensão de cisalhamento.

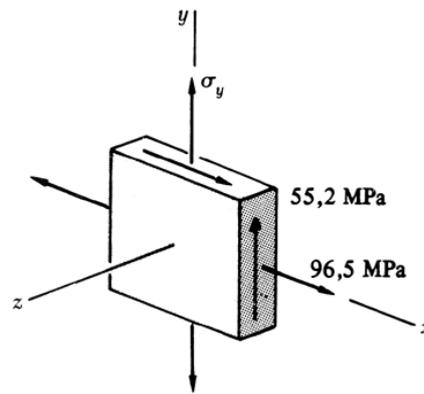


7 a 9) Determinar as tensões principais e os planos principais para o estado plano de tensões, resultante da superposição dos dois estados planos indicados.



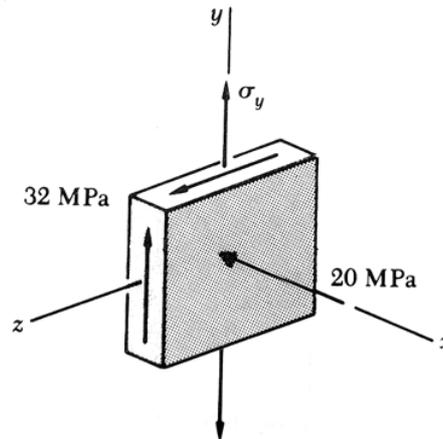
10) Determinar, para o estado de tensões indicado, a tensão de cisalhamento máxima quando:

a) $\sigma_y = 14 \text{ MPa}$; b) $\sigma_y = 98 \text{ MPa}$.

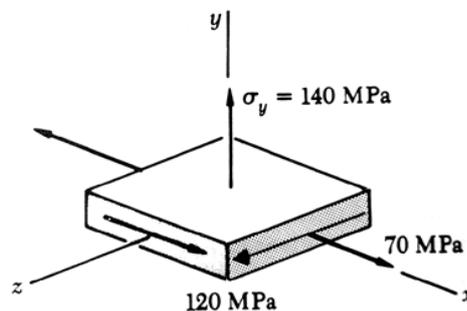


11) Determinar, para o estado de tensões indicado, a tensão de cisalhamento máxima quando:

a) $\sigma_y = +48 \text{ MPa}$; b) $\sigma_y = -48 \text{ MPa}$; c) $\sigma_y = 0$.



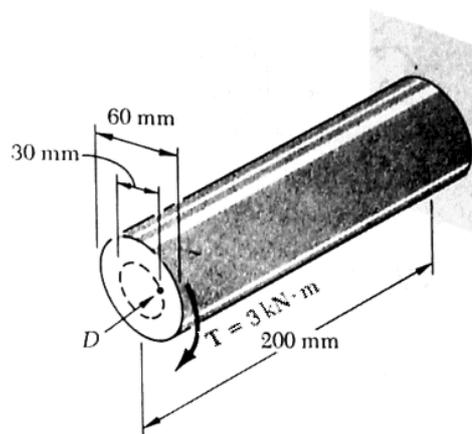
12) Determinar, para o estado de tensões indicado, a máxima tensão de cisalhamento.



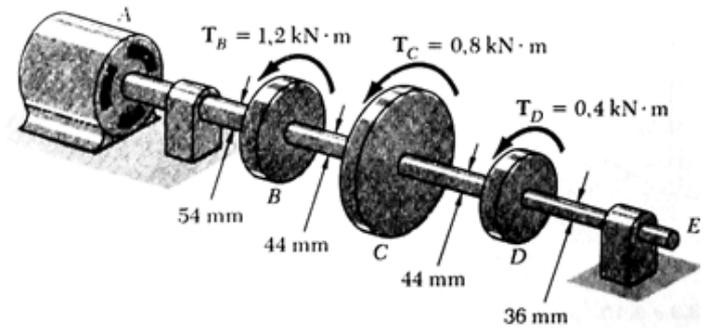
PROBLEMAS ENVOLVENDO TORÇÃO

13) Um momento de torção $T = 3 \text{ kN}\cdot\text{m}$ é aplicado ao cilindro maciço de bronze. Determinar:

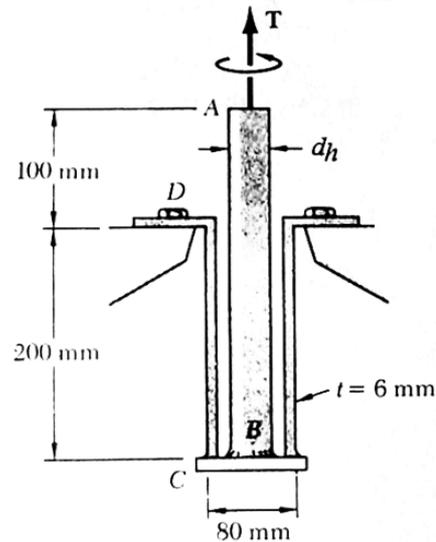
- A máxima tensão de cisalhamento;
- A tensão de cisalhamento no ponto D que fica numa circunferência de 15 mm de raio desenhada na seção extrema do cilindro;
- A parcela do momento resistida pelo cilindro interior de 15 mm de raio.



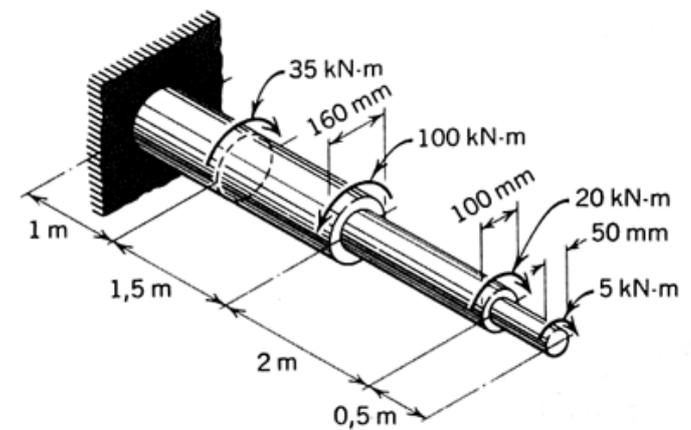
- 14) Sob condições normais de funcionamento, o motor elétrico produz o torque de 2,4 kN.m. Sabendo-se que todos os eixos são maciços, determinar a máxima tensão de cisalhamento:
- No eixo AB ;
 - No eixo BC .



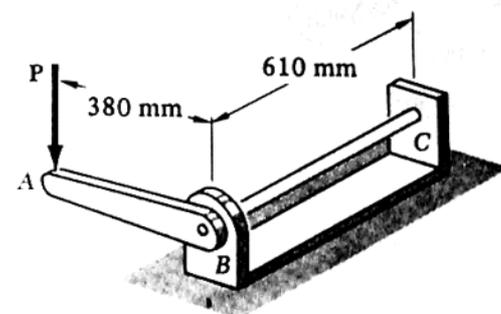
- 15) O tubo CD tem diâmetro externo de 80 mm e espessura de parede de 6 mm; é feito de latão com tensão admissível ao cisalhamento de 40 MPa. A haste AB tem diâmetro $d_h = 56$ mm e é feita de aço com tensão admissível ao cisalhamento de 55 MPa. Determinar o maior valor de momento torçor que pode ser aplicado ao conjunto.



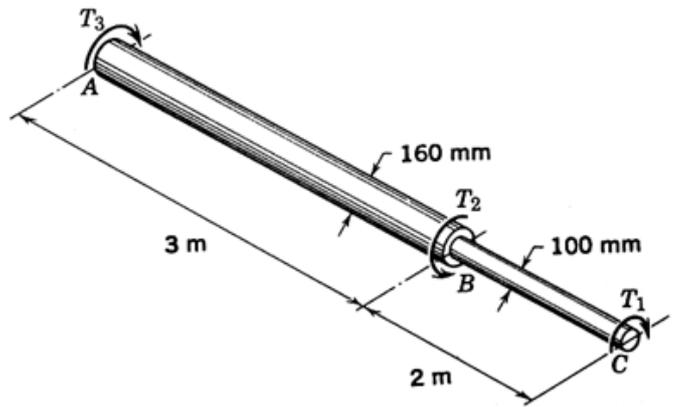
- 16) Um eixo de aço ($G = 80$ GPa) tem as dimensões mostradas na figura. Determine:
- A tensão tangencial máxima numa seção a 3 m da extremidade esquerda;
 - O ângulo de torção na seção a 2 m da extremidade esquerda, com relação à posição inicial descarregada.



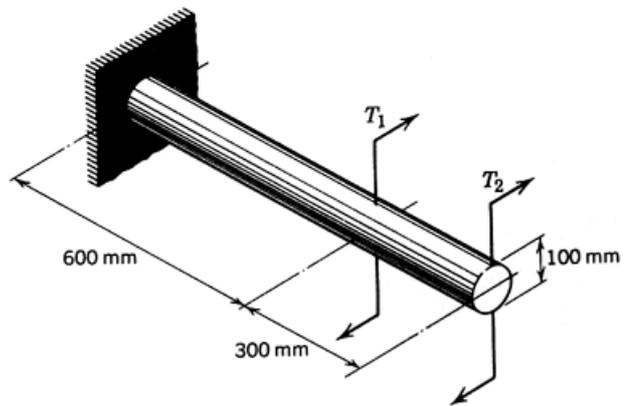
- 17) A barra circular maciça BC , de aço, é presa à haste rígida AB , e engastada ao suporte rígido em C . Sabendo-se que $G = 75$ GPa, determinar o diâmetro da barra, de modo que, para $P = 450$ N, a deflexão do ponto A não ultrapasse 2 mm e que a máxima tensão de cisalhamento não exceda o valor de 30 MPa.



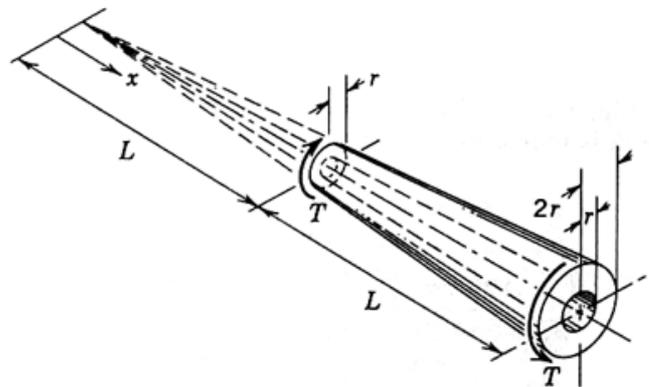
18) O eixo de aço ($G = 80 \text{ GPa}$) da figura está em equilíbrio sob os momentos torques aplicados como mostrado. A tensão tangencial máxima no segmento com 160 mm de diâmetro é 120 MPa, e a rotação da extremidade C com relação à seção A é 0,018 rad, no sentido trigonométrico, olhando-se da esquerda. Determine os momentos torque T_1 e T_2 .



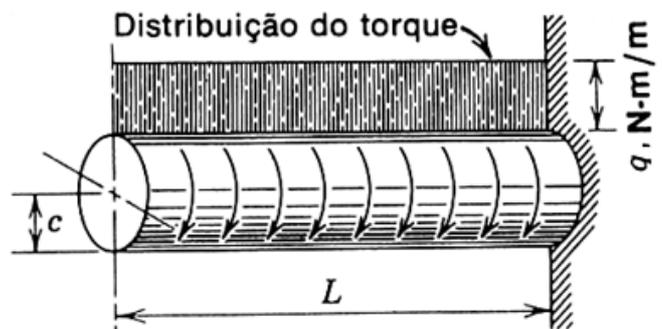
19) Os binários, aplicados, como mostrado, ao eixo de aço ($G = 80 \text{ GPa}$) da figura, produzem uma tensão tangencial máxima de 80 MPa e torcem o extremo livre de 0,014 rad. Determine os momentos torques T_1 e T_2 .



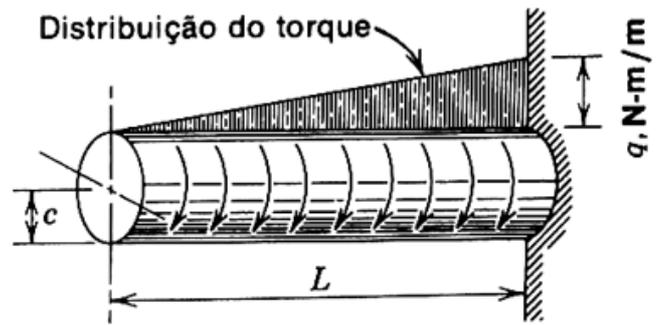
20) O eixo vazado tronco cônico da figura está submetido a um momento torque T . Determine o ângulo de torção em termos de T , L , G e r .



21) O eixo cilíndrico maciço da figura está submetido a um momento torque uniformemente distribuído de q (N.m por metro de comprimento). Determine, em termos de q , L , G e c , a rotação da extremidade esquerda sob a ação do torque aplicado.



22) O eixo cilíndrico maciço da figura está submetido a um momento torque distribuído, que varia linearmente de zero na extremidade esquerda a q (N.m por metro de comprimento) na extremidade direita. Determine, em termos de q , L , G e c , a rotação da extremidade esquerda sob a ação do momento torque aplicado.

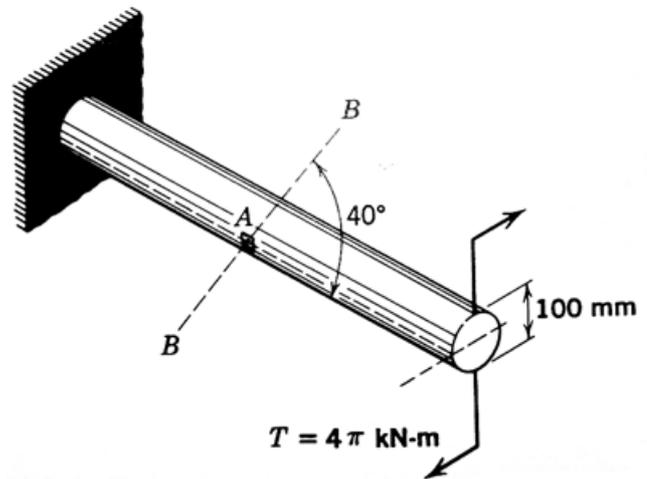


PROBLEMAS ENVOLVENDO TORÇÃO – TENSÕES EM PLANOS INCLINADOS

23) Determine o máximo momento que pode ser resistido por um eixo circular vazado, tendo um diâmetro interno de 25 mm e um diâmetro externo de 50 mm, sem exceder a tensão normal de 70 MPa T ou a tensão tangencial de 75 MPa.

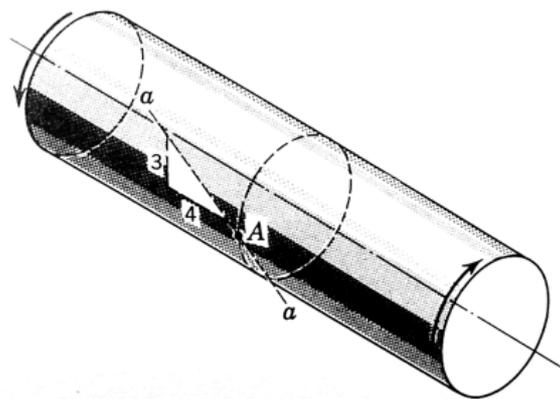
24) Para o eixo mostrado, determine:

- As tensões correntes no ponto A (na superfície da haste) sobre o plano $B-B$ (o qual é normal à superfície da peça no ponto A e faz um ângulo de 40° com o eixo da mesma). Mostre essas tensões sobre um esboço ampliado da área elementar representando o ponto A ;
- As máximas tensões normais ocorrentes no ponto A . Mostre essas tensões sobre um esboço representando a área elementar em torno de A .



25) Um cilindro maciço de aço ($G = 80$ GPa) com 1 m de comprimento é solicitado, torcendo de 0,03 rad. Se a tensão tangencial não excede 60 MPa, determine:

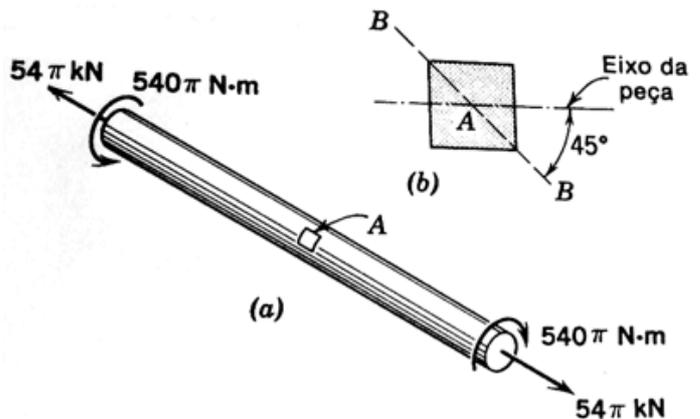
- O diâmetro permissível máximo para a peça;
- A tensão normal sobre um plano $a-a$, o qual é normal à superfície da peça no ponto A e tem uma inclinação de 3 para 4 com o eixo longitudinal quando a tensão tangencial máxima na peça é de 60 MPa.



PROBLEMAS ENVOLVENDO TORÇÃO COMBINADA COM CARGA AXIAL

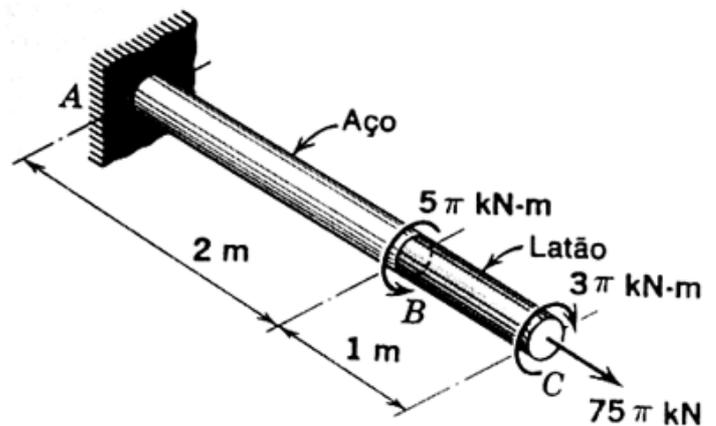
26) O eixo circular maciço da figura tem um diâmetro de 60 mm. Ele é submetido a uma carga axial trativa de 54π N e um momento torçor de 540π N.m, como mostrado. Determine:

- As tensões principais, a máxima tensão tangencial e os planos sobre os quais estas tensões atuam no ponto A sobre a superfície do eixo;
- As tensões sobre o plano $B-B$, orientado como indicado na figura, no ponto A . Mostre essas tensões sobre um esboço representando a área elementar em torno de A .



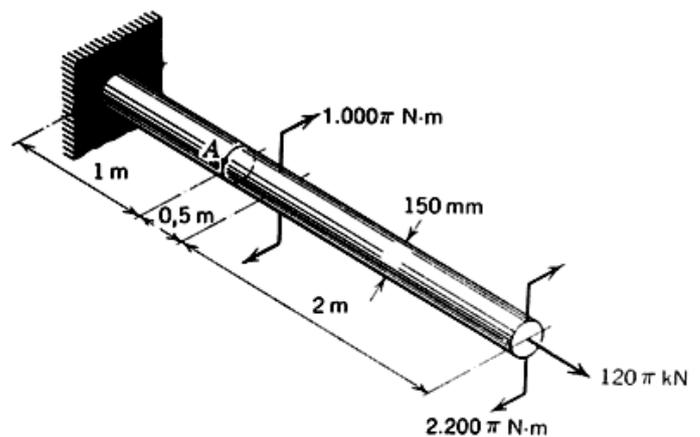
27) Um eixo circular maciço de 100 mm de diâmetro é feito de segmentos de latão ($G = 40$ GPa) e aço ($G = 80$ GPa), sendo carregado como mostrado na figura. Determinar:

- As tensões principais e a máxima tensão tangencial no ponto onde as tensões são maiores, esquematize;
- O ângulo de torção da seção C com relação à seção A .

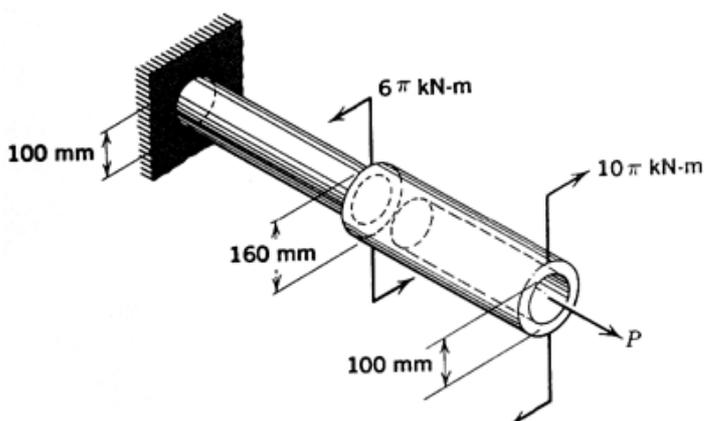


28) Um eixo de 150 mm de diâmetro está carregado como mostrado na figura.

- Em que ponto (ou pontos) ocorrem as tensões mais elevadas?
- Determine e mostre num esquema as tensões principais e a tensão tangencial máxima no ponto A .

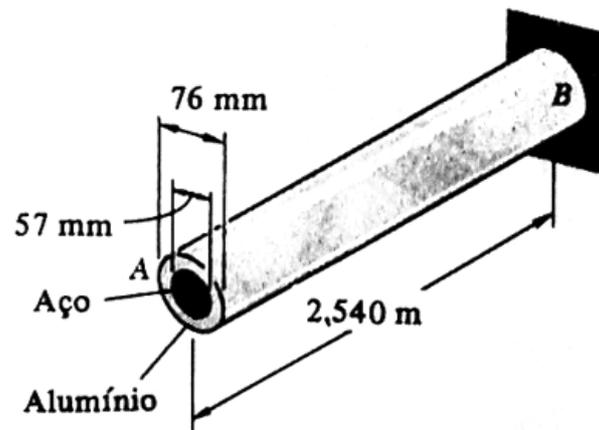


29) Uma peça circular de aço, com o segmento esquerdo maciço e o direito vazado, é carregada como mostrado na figura. As tensões admissíveis tangencial e normal são 80 e 140 MPa, respectivamente. Determine a máxima carga axial admissível P .



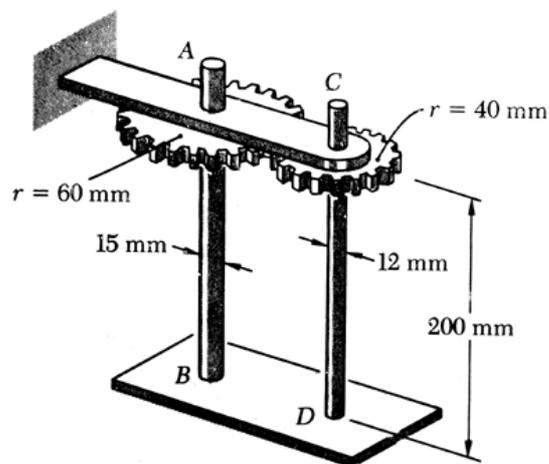
PROBL. ENVOLVENDO TORÇÃO DE EIXOS ESTATICAMENTE INDETERMINADOS

30) O eixo composto indicado deverá receber um momento torcional T na extremidade A . Sabe-se que o módulo de elasticidade transversal é 76 GPa para o aço e 27,5 GPa para o alumínio. Determinar o maior ângulo de rotação que pode ocorrer em A , se não é possível exceder as seguintes tensões admissíveis: $\tau_{\text{aço}} = 55 \text{ MPa}$ e $\tau_{\text{alum.}} = 41 \text{ MPa}$

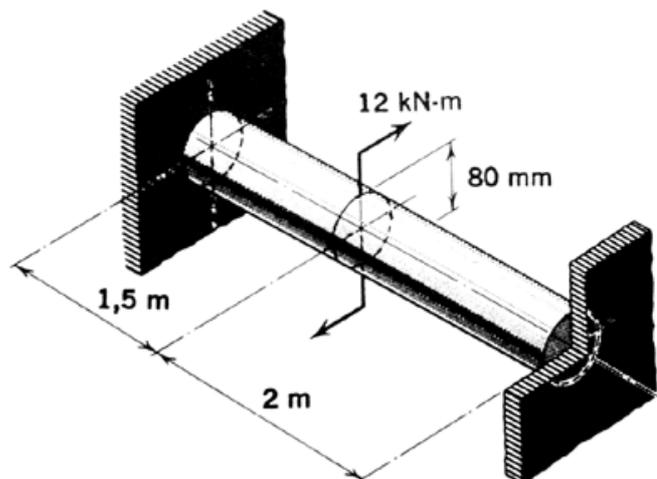


31) As extremidades inferiores de cada eixo da figura são impedidas de rodar. Aplica-se um torque $T = 75 \text{ N.m}$ no ponto C do eixo CD . Sabe-se que para os dois eixos $G = 80 \text{ GPa}$. Determinar:

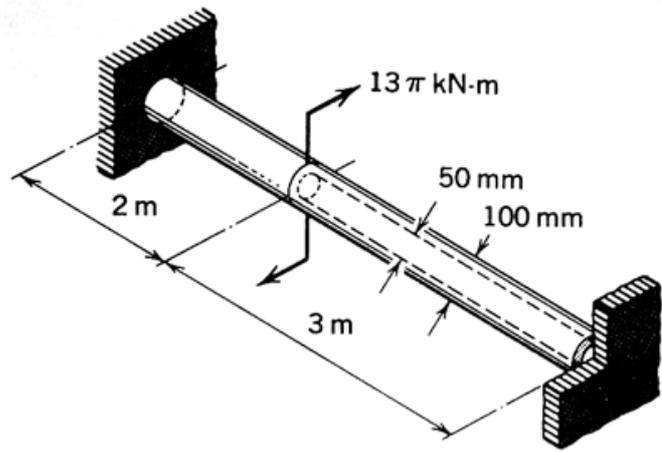
- A máxima tensão no eixo CD ;
- O ângulo de torção em C .



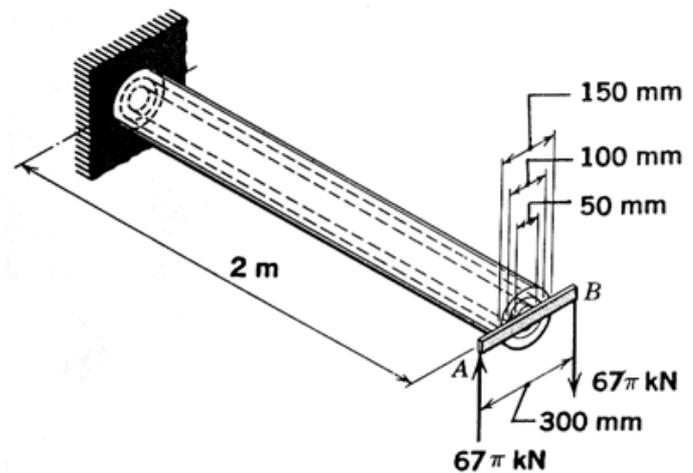
32) Para a haste de aço ($G = 80 \text{ GPa}$) da figura, determine a máxima tensão tangencial e o ângulo de rotação da seção onde está aplicado o momento torque dado.



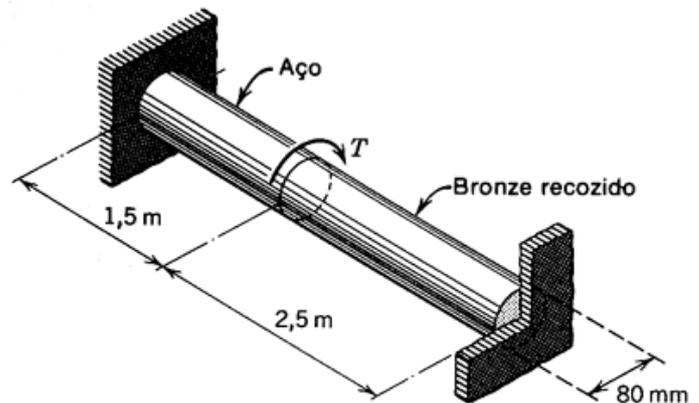
33) A barra de aço ($G = 80 \text{ GPa}$) da figura está rigidamente presa nas extremidades. O segmento direito com 3 m de comprimento é vazado, tendo um diâmetro de 50 mm. Determine a tensão tangencial máxima na barra.



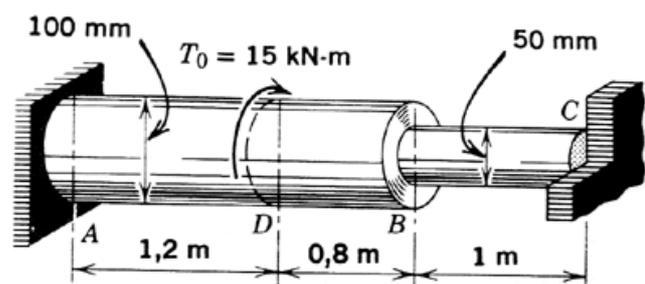
34) Uma peça vazada de bronze laminado a frio ($G = 40 \text{ GPa}$) está mostrada na figura. Tem diâmetros externo de 150 mm e interno de 100 mm. Dentro e concêntrica com esta peça de bronze, há uma barra de aço ($G = 80 \text{ GPa}$) maciça com 50 mm de diâmetro. Os dois eixos estão rigidamente conectados a uma barra na extremidade direita e à parede na extremidade esquerda. Determine a rotação da barra AB devida ao binário mostrado.



35) Dois eixos circulares maciços de 80 mm de diâmetro são conectados rigidamente entre si e suportados como mostrado na figura. Um momento torque desconhecido T é aplicado na junção dos dois segmentos, como indicado. As tensões tangenciais admissíveis são 130 MPa para o aço e 40 MPa para o bronze. O módulo de elasticidade transversal para o aço é 80 GPa e para o bronze é 40 GPa. Determine o valor máximo admissível para T .

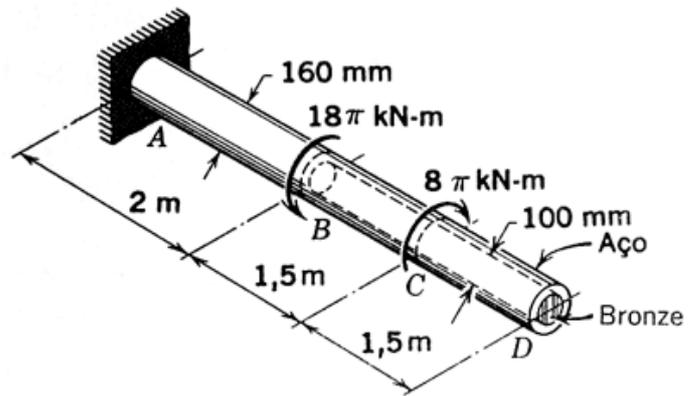


36) O segmento de eixo AB está inicialmente desconectado do segmento BC . O momento torque inicial T_0 é aplicado em D , e então os dois segmentos são conectados em B , e em seguida o momento torque T_0 é retirado. Determine a tensão tangencial resultante máxima no segmento BC após o torque T_0 ter sido removido. Os módulos de elasticidade transversal são 40 GPa para AB e 80 GPa para BC .



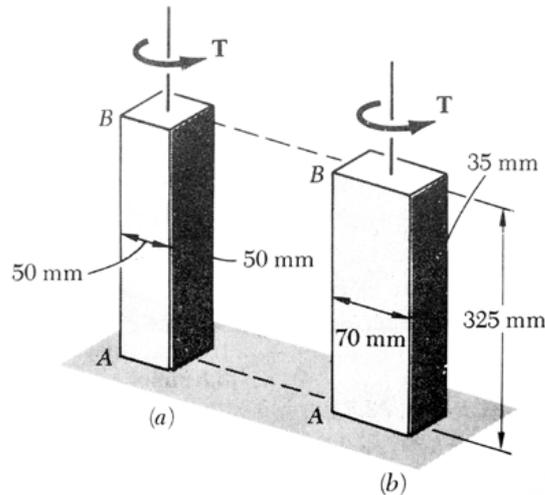
37) O eixo de aço ($G = 80 \text{ GPa}$) de 160 mm de diâmetro tem um tarugo de bronze ($G = 40 \text{ GPa}$) de 100 mm de diâmetro e 3 m de comprimento, inserido na extremidade direita e firmemente colado ao aço. Quando os momentos torques de 18π e $8\pi \text{ kN}\cdot\text{m}$ são aplicados como mostrado, determine:

- A tensão tangencial máxima no aço;
- A rotação do extremo livre do eixo.



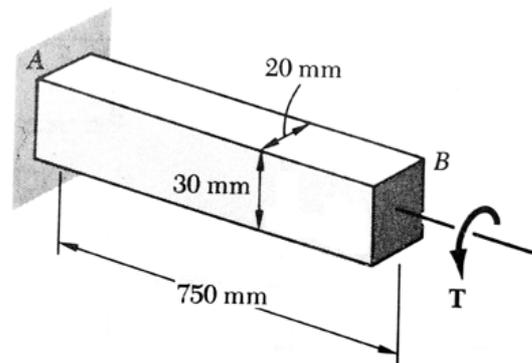
PROBLEMAS ENVOLVENDO TORÇÃO DE EIXOS COM SEÇÃO NÃO-CIRCULAR

38) Determinar para cada uma das barras indicadas, o maior valor do torque T que pode ser aplicado, e o correspondente ângulo de torção. Adotar $\tau_{adm} = 35 \text{ MPa}$ e $G = 40 \text{ GPa}$.

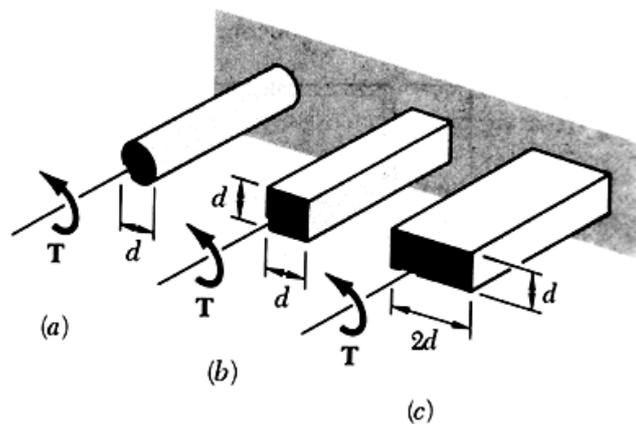


39) Uma barra de aço tem seção transversal de $9,5 \times 19 \text{ mm}$, e a tensão de cisalhamento na barra não pode exceder 100 MPa , quando o ângulo de torção é de 15° . Determinar o menor comprimento admissível para a barra, sendo $G = 79,3 \text{ GPa}$.

40) A extremidade B da barra de aço inoxidável indicada gira de 2° pela ação do torque T . Sabendo-se que $G = 80 \text{ GPa}$, determinar a máxima tensão de cisalhamento da barra.

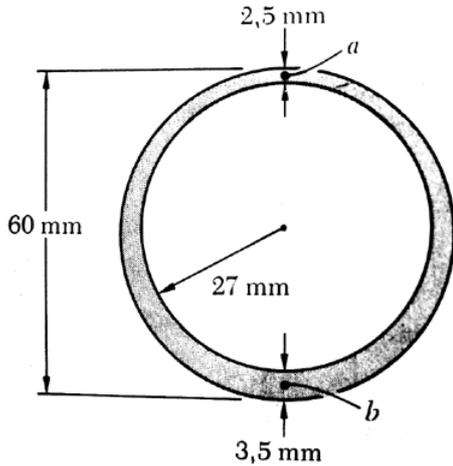


41) O momento torçor $T = 300 \text{ N}\cdot\text{m}$ está aplicado a cada uma das barras de alumínio indicadas. Determinar a dimensão d adequada para cada barra, sendo $\tau_{adm} = 60 \text{ MPa}$.

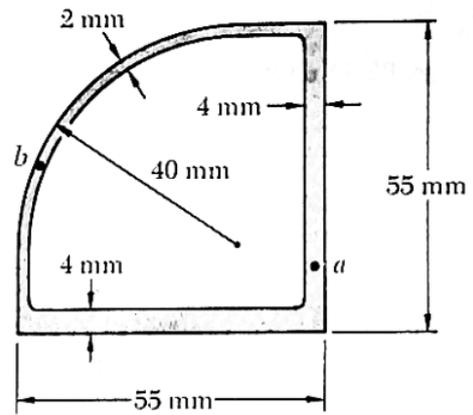


42) e 43) Aplica-se um momento de torção $T = 90 \text{ N.m}$ aos eixos de seção vazada das figuras. Desprezando o efeito de concentrações de tensões, determinar a tensão de cisalhamento nos pontos a e b .

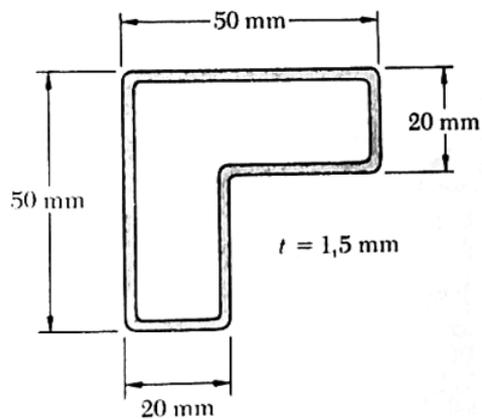
42)



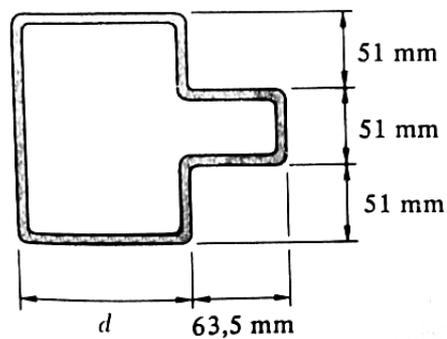
43)



44) Uma barra de seção vazada, com a seção transversal indicada na figura, é formada por uma lâmina metálica de 1,5 mm de espessura. Determinar o maior momento torçor que pode ser aplicado à barra, se a tensão não pode exceder a 2,5 MPa.



45) Uma barra vazada, tendo a seção transversal indicada, é feita por uma lâmina metálica de 3,2 mm de espessura. Sabe-se que um torque de 339 N.m será aplicado à barra. Determinar a menor dimensão d que pode ser usada, de modo que a tensão de cisalhamento não exceda a 3,45 MPa.



RESPOSTAS AOS PROBLEMAS DA 4ª LISTA DE EXERCÍCIOS

- 1) $\sigma = -28,0 \text{ MPa}$ $\tau = 26,3 \text{ MPa}$
- 2) $\sigma = -1,172 \text{ MPa}$ $\tau = -35,2 \text{ MPa}$
- 3) $\sigma = +17,85 \text{ MPa}$ $\tau = -50,3 \text{ MPa}$
- 4) a) $18,6^\circ \cup$ $71,4^\circ \cup$
 b) $\sigma_1 = +66,1 \text{ MPa}$ $\sigma_2 = -53,1 \text{ MPa}$
 c) $26,4^\circ \cup$ $63,6^\circ \cup$; d) $\tau_{\max} = 59,6 \text{ MPa}$
 e) $\sigma' = +6,5 \text{ MPa}$
- 5) a) $18,4^\circ \cup$ $71,6^\circ \cup$
 b) $\sigma_1 = +151,7 \text{ MPa}$ $\sigma_2 = +13,79 \text{ MPa}$
 c) $26,6^\circ \cup$ $63,4^\circ \cup$; d) $\tau_{\max} = 69,0 \text{ MPa}$
 e) $\sigma' = +82,8 \text{ MPa}$
- 6) a) $31,0^\circ \cup$ $59,0^\circ \cup$
 b) $\sigma_1 = +130,0 \text{ MPa}$ $\sigma_2 = -210 \text{ MPa}$
 c) $14,0^\circ \cup$ $76,0^\circ \cup$; d) $\tau_{\max} = 170,0 \text{ MPa}$
 e) $\sigma' = -40,0 \text{ MPa}$
- 7) $\theta_p = 30^\circ$ $\sigma_{1,2} = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2} \tau_0$
- 8) $\theta_p = \theta/2$ $\sigma_{1,2} = \sigma_0 (1 \pm \cos\theta)$
- 9) $\theta_p = 18,4^\circ \cup$ $\sigma_1 = +100 \text{ MPa}$;
 $\theta_p = 71,6^\circ \cup$ $\sigma_2 = \text{zero}$
- 10) a) $68,9 \text{ MPa}$ b) $76,2 \text{ MPa}$
- 11) a) 42 MPa b) 40 MPa c) 32 MPa
- 12) 125 MPa
- 13) a) $70,7 \text{ MPa}$ b) $35,4 \text{ MPa}$ c) $6,25 \%$
- 14) a) $77,6 \text{ MPa}$ b) $71,7 \text{ MPa}$
- 15) $1,897 \text{ kN.m}$
- 16) a) $127,3 \text{ MPa}$ b) $0,0223 \text{ rad}$
- 17) $40,5 \text{ mm}$
- 18) $T_1 = 15,02 \text{ kN.m}$; $T_2 = 111,5 \text{ kN.m}$
- 19) $T_1 = 10470 \text{ N.m}$; $T_2 = 5240 \text{ N.m}$
- 20) $\frac{28TL}{45\pi Gr^4}$
- 21) $\frac{qL^2}{\pi Gc^4}$
- 22) $\frac{qL^2}{3\pi Gc^4}$
- 23) $1,611 \text{ kN.m}$
- 24) a) $\sigma = 63,0 \text{ MPa C}$; $\tau = -11,11 \text{ MPa}$
 b) $\sigma_1 = 64,0 \text{ MPa T}$; $\sigma_2 = 64,0 \text{ MPa C}$; $\theta_p = 45^\circ \curvearrowright$
- 25) a) 50 mm b) $57,6 \text{ MPa T}$
- 26) a) $\sigma_1 = 80,0 \text{ MPa T}$; $\sigma_2 = 20,0 \text{ MPa C}$;
 $\tau_{\max} = 50,0 \text{ MPa}$; $\theta_p = 26,6^\circ \curvearrowright$
 b) $\sigma = 70,0 \text{ MPa T}$; $\tau = -30,0 \text{ MPa}$
- 27) a) $\sigma_1 = 65,3 \text{ MPa T}$; $\sigma_2 = 35,3 \text{ MPa C}$;
 $\tau_{\max} = 50,3 \text{ MPa}$; $\theta_p = 36,3^\circ \curvearrowright$
 b) $0,00800 \text{ rad}$
- 28) a) em qualquer ponto localizado na superfície do segmento esquerdo
 b) $\sigma_1 = 29,2 \text{ MPa T}$; $\sigma_2 = 7,87 \text{ MPa C}$;
 $\tau_{\max} = 18,54 \text{ MPa}$; $\theta_p = 27,4^\circ \curvearrowright$
- 29) 754 kN
- 30) $3,70^\circ$
- 31) a) 106 MPa b) $2,53^\circ$
- 32) $\tau_{\max} = 68,2 \text{ MPa}$; $\theta = 0,0320 \text{ rad}$
- 33) $128,0 \text{ MPa}$
- 34) $0,0768 \text{ rad}$
- 35) $16,99 \text{ kN.m}$
- 36) $73,3 \text{ MPa}$
- 37) a) $39,1 \text{ MPa}$ b) $0,00428 \text{ rad}$
- 38) a) 910 N.m ; $0,482^\circ$ b) 738 N.m ; $0,5^\circ$
- 39) $1,84 \text{ m}$
- 40)
- 41) a) $29,4 \text{ mm}$ b) $28,9 \text{ mm}$ c) $21,7 \text{ mm}$
- 42) $\tau_a = 7,05 \text{ MPa}$; $\tau_b = 5,04 \text{ MPa}$
- 43) $\tau_a = 7,59 \text{ MPa}$; $\tau_b = 15,19 \text{ MPa}$
- 44) $10,89 \text{ N.m}$
- 45) $85,4 \text{ mm}$