Universidade Federal da Bahia Escola Politécnica Departamento de Construção e Estruturas

Professor:

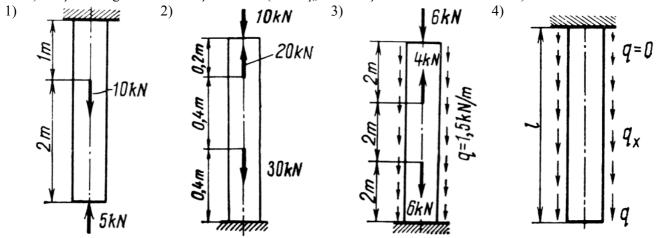
Armando Sá Ribeiro Jr.

Disciplina: ENG285 - Resistência dos Materiais I-A www.resmat.ufba.br

3ª LISTA DE EXERCÍCIOS

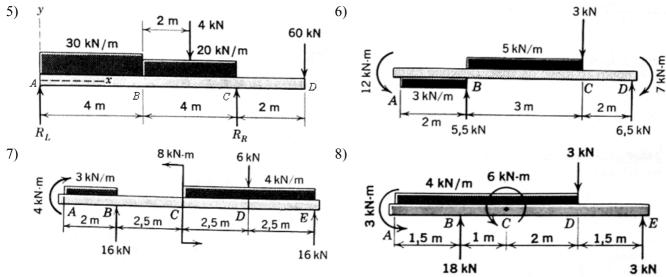
PROBLEMAS ENVOLVENDO DIAGRAMA DE ESFORÇO NORMAL

1 a 4) Traçar o diagrama de esforço normal. (Obs.: $q_x \rightarrow$ variação linear com a distância)

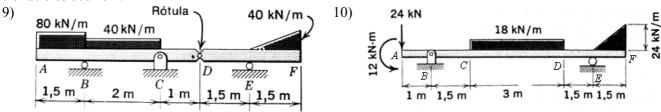


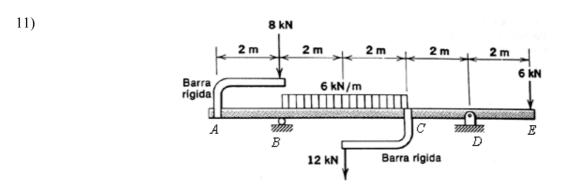
PROBL. ENVOLVENDO DIAGRAMA DE ESFORÇO CORTANTE E MOMENTO FLETOR

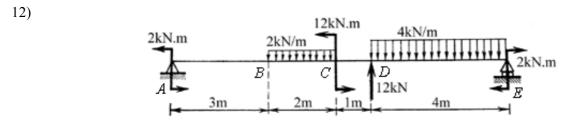
5 a 8) Para as vigas a seguir, pede-se: a) escrever as equações do esforço cortante e do momento fletor em cada trecho; b) traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor; c) indicar os valores máximos de V e M e onde eles ocorrem.

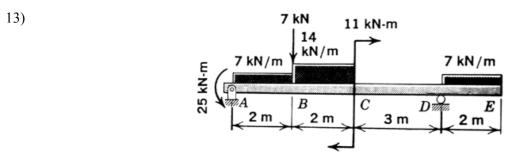


9 a 13) Para as vigas a seguir, pede-se: a) traçar os diagramas de esforço cortante e momento fletor utilizando as relações diferenciais entre carregamento, cortante e momento fletor; b) indicar os valores máximos de V e M e onde eles ocorrem.

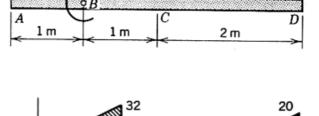








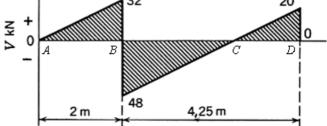
- 14) O cortante e o momento fletor na extremidade A do segmento da viga (em equilíbrio) da figura ao lado são + 3 kN e 2 kN.m, respectivamente, e o cortante e o momento fletor na extremidade D são desconhecidos. Desenhe os diagramas completos de cortante e de momento fletor para o segmento da viga, e escreva a equação de momento no intervalo CD.
- 15) A figura ilustra o diagrama do cortante para uma viga com momento fletor nulo na extremidade esquerda e sem momento externo aplicado entre os extremos. Desenhe os diagramas de:
- a) carregamento;
- b) momento fletor.



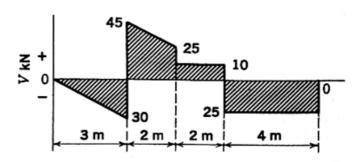
3 kN

3 kN/m

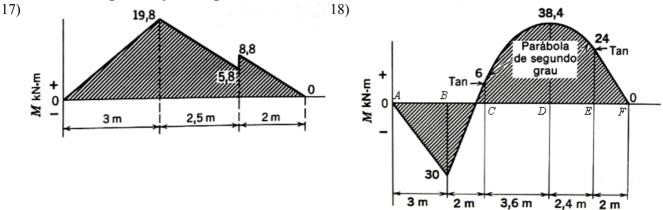
1,5 kN-m



- 16) A figura mostra o diagrama do cortante para uma viga engastada na extremidade direita. Não há momentos externos aplicados em nenhum ponto ao longo da viga. Desenhe os diagramas de:
- a) carregamento;
- b) momento fletor.

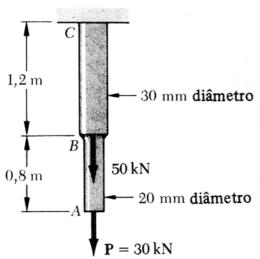


17 e 18) A figura ilustra o diagrama de momento fletor para uma viga. Desenhe os diagramas de esforço cortante e de carregamento para a viga.



PROBLEMAS ENVOLVENDO CONCEITO DE TENSÃO, DEFORMAÇÃO E SEGURANÇA

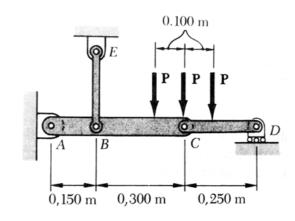
19) Duas barras circulares maciças são soldadas no ponto *B*, como mostra a figura. Trace o diagrama de esforço normal e determine a tensão normal no ponto médio de cada barra.



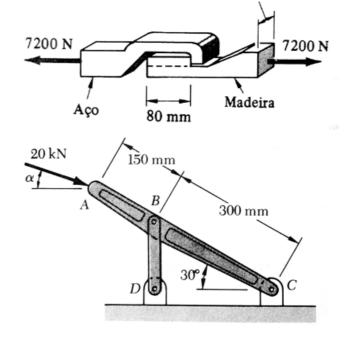
21) Ao se aplicar a força indicada, a peça de madeira se rompeu por corte ao longo da superfície indicada pela linha tracejada. Determine a tensão média de cisalhamento na superfície de ruptura.

22) A barra BD é de aço e tem seção uniforme de 12 x 40 mm. Cada pino tem 10 mm de diâmetro. Determinar a máxima tensão normal média na barra nos casos: a) $\alpha = 0^{\circ}$; b) $\alpha = 90^{\circ}$.

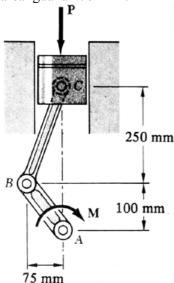
20) Sabe-se que a parte central da haste BE tem seção transversal retangular uniforme de 12×25 mm. Determinar a intensidade P das forças aplicadas, de forma que a tensão normal em BE seja de + 90 MPa.



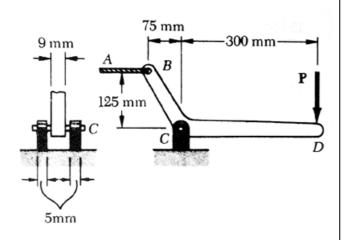
15 mm



23) Um conjugado M de 1500 N.m é aplicado ao eixo da manivela, no esquema de motor mostrado na figura. Para a posição indicada, determinar: a) a força P necessária para manter o sistema em equilíbrio; b) a tensão normal na barra BC, que tem seção transversal uniforme de área igual a 470 mm².

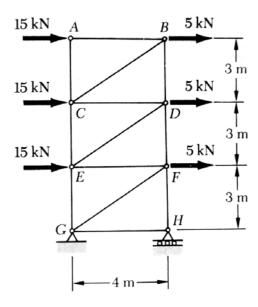


25) O pedal indicado na figura é ligado ao ponto C por um pino de 6 mm de diâmetro. Sabendo-se que P = 500 N, determinar: a) a tensão média de cisalhamento no pino; b) a tensão nominal de esmagamento no pedal no ponto C; c) a tensão nominal de esmagamento em cada chapa de ligação no ponto C.

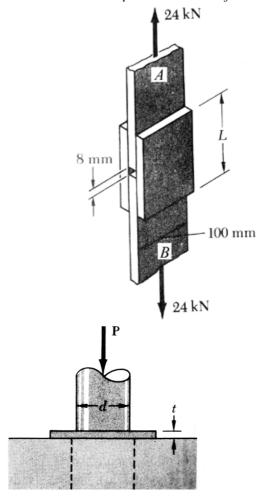


27) Sabendo-se que a tensão de ruptura a cisalhamento de uma chapa de aço é 330 MPa, determinar: a) a força *P* necessária para produzir, por punção, um furo de 30 mm de diâmetro em uma chapa de 9 mm de espessura; b) o valor da correspondente tensão normal no furador.

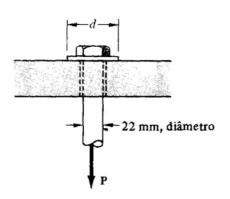
24) Determine as tensões normais nas barras a) *CE*, b) *DE*, sabendo que elas têm seção transversal uniforme retangular de 20 x 50 mm.



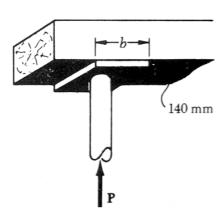
26) As peças de madeira A e B são ligadas por cobre juntas de madeira que são coladas nas superfícies de contato com as peças. Deixa-se uma folga de 8 mm entre as extremidades das peças A e B. Determinar o valor do comprimento L, para que a tensão média de cisalhamento na superfície colada seja de 800 kPa.



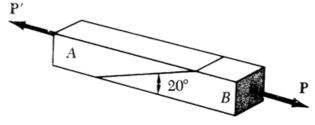
28) A carga *P* aplicada a uma barra de aço é transmitida para um suporte de madeira por intermédio de uma arruela, de diâmetro interno de 25 mm, e de diâmetro externo *d*. Sabendo-se que a tensão normal axial na barra de aço é de 35 MPa e que a tensão média de esmagamento entre a peça de madeira e a arruela não deve exceder a 5 MPa, calcule o diâmetro externo *d* necessário para a arruela.



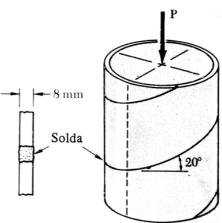
29) A força axial na coluna que sustenta a viga de madeira indicada é de 75 kN. Determinar a dimensão da chapa de apoio para que a tensão de esmagamento média na madeira seja de 3,0 MPa.



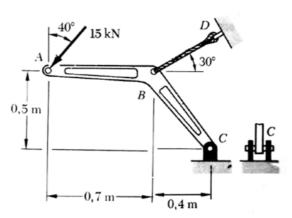
30) Duas peças de madeira de seção transversal uniforme de 89 x 140 mm são coladas uma a outra em um entalhe inclinado. A tensão de cisalhamento admissível da cola é 517 kPa. Determine a maior carga axial *P* que pode ser aplicada.



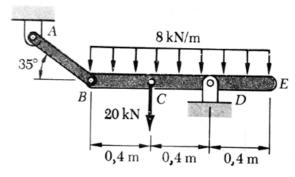
31) Uma tubulação metálica de diâmetro externo de 300 mm é fabricada com chapa de aço de 8 mm de espessura por meio de um cordão de solda ao longo de uma hélice que forma um ângulo de 20° com o plano perpendicular ao eixo do tubo. Sabendo-se que uma força axial P=250 kN é aplicada ao tubo, determine σ e τ , nas direções normal e tangencial, respectivamente, ao eixo da solda.



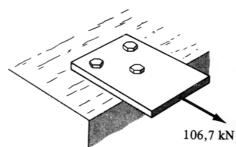
32) Sabendo-se que a carga de ruptura do cabo BD é 100 kN, determine o coeficiente de segurança do cabo para o carregamento indicado.



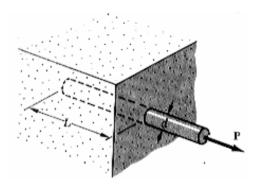
33) A haste AB será construída de aço, para o qual a tensão última normal é de 450 MPa. Determine a área da seção transversal de AB para um coeficiente de segurança 3,5. A haste será adequadamente reforçada em torno dos pinos A e B.



34) A placa indicada é presa à base por meio de três parafusos de aço. A tensão de cisalhamento última do aço utilizado é de 331 MPa, e deseja-se um coeficiente de segurança de 3,5. Determine a dimensão dos parafusos a serem usados.

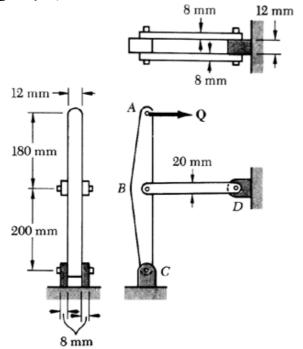


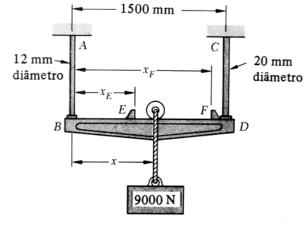
35) Uma força P é aplicada a uma barra de aço que foi imersa em um bloco de concreto. Determinar o menor valor do comprimento L para o qual possa se desenvolver toda a capacidade admissível de tensão normal da barra. Expresse o resultado em função do diâmetro d da barra, da tensão admissível σ_{adm} do aço e em função da tensão média admissível de aderência entre o concreto e a superfície cilíndrica da barra (desprezar as tensões normais entre o concreto e a extremidade da barra).



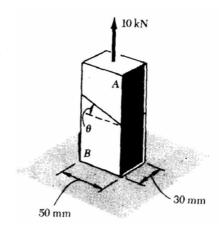
36) Um pino de 8 mm é usado no ponto C, enquanto em B e D usam-se pinos de 12 mm de diâmetro. A tensão de cisalhamento última para todas as ligações é 100 MPa, enquanto a tensão última na haste BD é 250 MPa. Determine a carga Q para um coeficiente de segurança 3,0.

37) A carga de 9000 N pode mover-se ao longo da viga BD, entre os anteparos E e F. Sabendo-se que o aço para as barras AB e CD tem $\sigma_{adm} = 45$ MPa, determinar o ponto de localização dos anteparos que permita a maior movimentação possível para a carga.

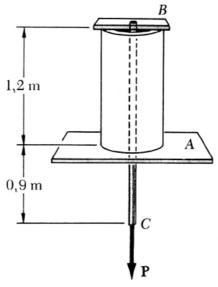




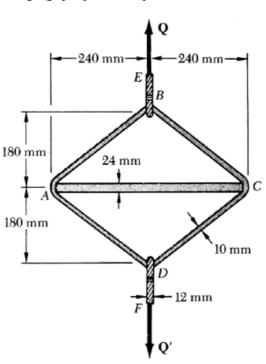
38) As duas partes da peça AB são coladas em um plano que forma um ângulo θ com a horizontal. As tensões últimas para a união colada são $\sigma_U = 17$ MPa e $\tau_U = 9$ MPa. Determine quais são os valores de θ para os quais o coeficiente de segurança é pelo menos igual a 3,0.



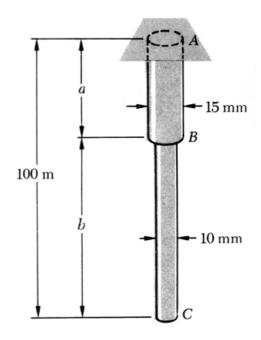
39) Um trecho de um tubo de alumínio de 1,2 m e seção transversal de área de 1100 mm^2 está apoiado em um suporte fixo em A. Uma barra de aço BC de 15 mm de diâmetro está pendurada em uma placa rígida que se apóia sobre o tubo, em B. Conhecendo o módulo de elasticidade do aço (200 GPa) e do alumínio (70 GPa), calcular o deslocamento do ponto C quando P = 60 kN.



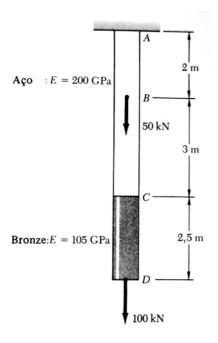
40) Uma alça de aço ABCD de 1,2 m de comprimento e 10 mm de diâmetro é colocada em volta de uma barra de aço circular AC, de 24 mm de diâmetro. Aplica-se a carga Q por meio dos cabos BE e DF, de 12 mm de diâmetro. Sabendo-se que para a barra $\sigma_{adm} = 60$ MPa, e para a alça e os cabos $\sigma_{adm} = 180$ MPa, determinar a maior carga Q que pode ser aplicada.



41) Duas barras de latão AB e BC serão ligadas no ponto B. As duas barras de diâmetro constante formam um barra única de comprimento total 100 m, que será suspensa de um suporte pelo ponto A. Sabese que a massa específica do latão é de 8500 kg/m^3 . Pede-se determinar: a) o comprimento da barra AB que leva a um valor mínimo o maior valor da tensão em ABC; b) o valor da tensão normal máxima correspondente.

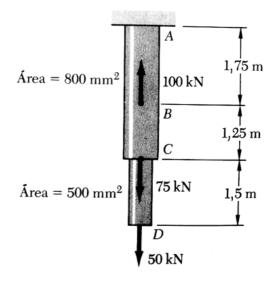


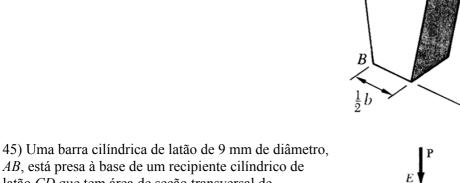
42) Duas barras de 36 mm de diâmetro, *ABC* de aço e *CD* de bronze, são ligadas no ponto *C* e formam uma barra *ABCD* de 7,5 m de comprimento. Determinar, para a carga aplicada e desprezando o peso da barra, os deslocamentos: a) do ponto *C* e b) do ponto *D*.



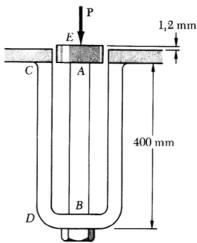
44) Um bloco de forma trapezoidal com espessura constante t fica suspenso de uma superficie fixa A. Chamando de ρ a massa específica (massa por unidade de volume) do material, determine o alongamento do bloco devido à ação do seu peso.

43) A haste ABCD é feita de alumínio com E = 70 GPa. Determinar, para as cargas indicadas, desprezando o peso próprio: a) o deslocamento do ponto B; b) o deslocamento do ponto D.

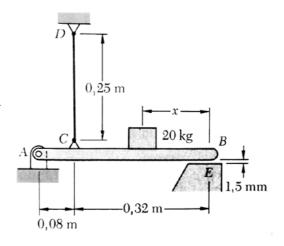




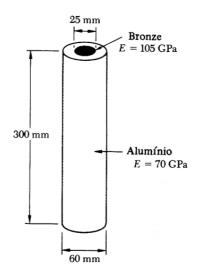
AB, está presa à base de um recipiente cilíndrico de latão CD que tem área de seção transversal de 300 mm². O recipiente CD é fixado ao suporte fixo em C e um tampão E é preso na extremidade da barra em A. Sabendo-se que o módulo de elasticidade do latão é 85 GPa, determinar a intensidade de P para que o tampão se desloque 1,2 mm para baixo.



46) O fio de aço CD de 2 mm de diâmetro tem o seu comprimento ajustado de forma que, se nenhum carregamento atuar, existe uma distância de 1,5 mm entre a extremidade B, da viga rígida ABC, e um ponto de contato E. Pede-se determinar em que ponto deve ser colocado um bloco de 20 kg sobre a viga de modo a causar contato entre B e E. Sabe-se que E = 200 GPa.

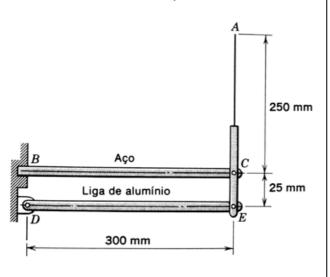


47) O cilindro de bronze e o cilindro oco de alumínio da figura formam um conjunto que encurta de 0,40 mm quando recebe uma força axial aplicada em placas rígidas nas extremidades. Determinar: a) a intensidade da força aplicada; b) A tensão na barra de bronze.

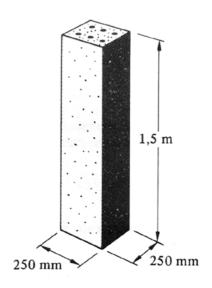


PROBLEMAS ENVOLVENDO VARIAÇÃO DE TEMPERATURA

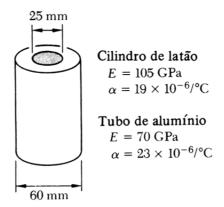
48) Determine o movimento horizontal do ponto A, devido a uma queda de 45° C na temperatura. Admita que o membro AE tenha um coeficiente de dilatação térmica insignificante. Adotar para o aço estrutural E = 200 GPa e $\alpha = 11.9 \times 10^{-6}$ /°C e para a liga de alumínio E = 70 GPa e $\alpha = 22.5 \times 10^{-6}$ /°C.



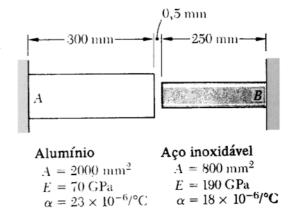
49) Uma coluna de concreto de 1,5 m de comprimento é reforçada por seis barras de aço, cada uma de 15 mm de diâmetro. Sabendo-se que para o aço E = 200 GPa e $\alpha = 11,7 \times 10^{-6}$ /°C e para o concreto E = 25 GPa e $\alpha = 9,9 \times 10^{-6}$ /°C, determinar as tensões normais induzidas no aço e no concreto após um aumento de temperatura de 50 °C.



50) O tubo de alumínio é totalmente preenchido pelo cilindro de latão e o conjunto se encontra sem efeitos de tensão à temperatura de 15°C. Considerando apenas deformações axiais, determinar as tensões no alumínio, quando a temperatura for de 195°C.

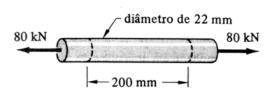


51) As barras da figura estão distanciadas de 0,5 mm quando a temperatura é de 20°C. Determinar: a) a que temperatura a tensão normal na barra de aço inoxidável atinge o valor $\sigma = -150$ MPa; b) o correspondente comprimento da barra de aço inoxidável.

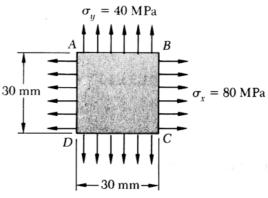


PROBLEMAS ENVOLVENDO LEI DE HOOKE GENERALIZADA

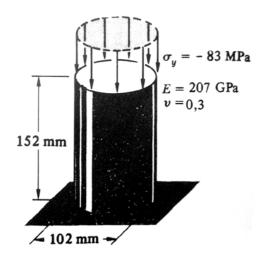
52) Em um teste de tração axial, uma barra de aço de 22 mm de diâmetro é submetida a uma força de 80 kN. Sabe-se que v = 0.3e que E = 200 GPa. Determinar: a) o alongamento de um trecho de 200 mm da barra; b) a variação do diâmetro da barra.



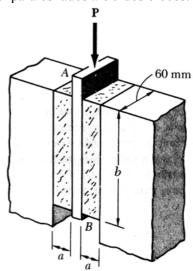
- 53) Uma placa de alumínio é submetida a uma força axial centrada que causa uma tensão normal σ . Uma linha reta de inclinação 2:1 é desenhada na placa de alumínio antes da aplicação da força. Determinar a inclinação da linha quando a tensão for $\sigma = 125$ MPa. Usar E = 70 GPa, v = 0.33.
- 54) Na parede de um vaso de pressão de aço de grandes dimensões é desenhado um quadrado de lado igual a 30 mm. Quando o vaso é submetido à pressão interna, o estado biaxial de tensões no quadrado é mostrado na figura. Sendo E = 200 GPa, e v = 0.30, determinar: a) a variação no comprimento do lado AB; b) a variação do lado BC; c) a variação na diagonal AC.



55) a) Determinar a variação da altura e do volume do cilindro de aço da figura, para o carregamento indicado; b) Resolver o item (a) admitindo carregamento hidrostático, com $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -83$ MPa.

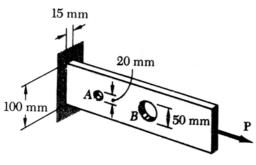


56) Uma unidade de amortecimento de vibrações consiste de dois blocos de borracha dura coladas à placa AB e dois suportes fixos. Para o tipo de borracha usado, $\tau_{adm} = 1,5$ MPa e G = 18 MPa. Sabendo-se que uma força vertical e centrada P de intensidade 27 kN deve causar uma deflexão vertical de 2 mm na placa AB, determinar o menor valor admissível para os lados a e b dos blocos.



PROBLEMAS ENVOLVENDO CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES E DEFORM. PLÁSTICAS

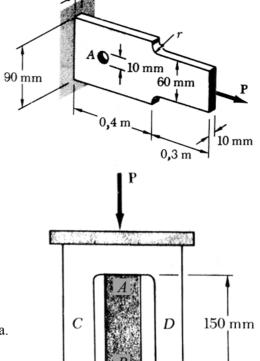
57) Uma barra longa de aço foi furada em dois pontos, e a barra foi submetida à força axial P = 32 kN. Determinar o maior valor da tensão: a) no ponto A; b) no ponto B.



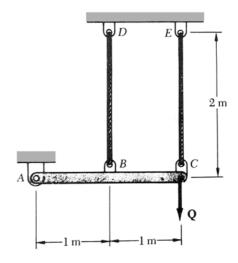
59) A barra AB é feita de aço de alta resistência, para o qual $\sigma_Y = 600$ MPa e tem área de seção transversal de 800 mm². Quando P = 0, a barra se encaixa exatamente em uma moldura de aço doce, que é adotado como sendo elasto-plástico, com $\sigma_Y = 250$ MPa. As hastes C e D da moldura têm cada uma 600 mm^2 de área de seção transversal. A moldura está apoiada em uma máquina de testes, que aplica a força P, aumentado-a gradualmente até o valor de 750 kN, depois diminuindo-a até zero. Para os dois aços, E = 200 GPa. Determinar a tensão na barra AB: a) quando P = 750 kN; b) depois da remoção da carga.

58) a) Determinar para qual valor *r* do raio dos arredondamentos a tensão será a mesma em *A* e nos arredondamentos. b) Se a tensão admissível é de 150 MPa, que valor tem a carga admissível *P*?

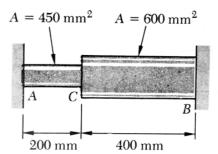
10 mm



60) Cada cabo tem seção transversal de 100 mm², e é feito de material elasto-plástico com σ_y = 320 MPa e E = 200 GPa. Uma força Q é aplicada em C à barra rígida ABC e aumentada gradualmente de zero até 45 kN, quando então se reduz a zero. Sabendo-se que os cabos estão inicialmente esticados, determinar: a) a maior tensão no cabo BD; b) a máxima deflexão do ponto C; c) a deflexão final do ponto C. (Sugestão: na parte (c), o cabo CE não está esticado).



- 61) Uma barra de aço de seção uniforme de área A é presa a suportes rígidos e se encontra isenta de tensões quando a temperatura é de 60°F. Adota-se o aço como sendo elastoplástico, com $\sigma_Y = 248$ MPa e E = 207 GPa. Sabendo-se que o coeficiente de dilatação térmica é $\alpha = 6.5 \times 10^{-6}$ /°F, determinar: a) a tensão quando a temperatura é aumentada até 360 °F; b) a tensão quando a temperatura tiver retornado a 60 °F.
- L—
- 62) A barra de aço ABC está ligada a suportes fixos e não tem tensões à temperatura de 20 °C. O aço é elasto-plástico com E=200 GPa e $\sigma_{Y}=250$ MPa. As duas porções da barra têm sua temperatura elevada para 120 °C. Sabendo-se que $\alpha=11,7 \times 10^{-6}$ °C, determinar:



- a) as tensões normais nas partes AC e CB;
- b) o deslocamento do ponto *C*.

RESPOSTAS AOS PROBLEMAS DA 3ª LISTA DE EXERCÍCIOS

```
18) V_A = -10 \text{ kN}; V_B = -10 \text{ e} + 18 \text{ kN}; V_C = +18 \text{ kN};
1)
2)
                                                                                              V_E = -12 \text{ kN}; V_F = -12 \text{ kN}; F_A = 10 \text{ kN} \downarrow;
                                                                                              F_B = 28 \text{ kN } \uparrow; F_F = 12 \text{ kN } \uparrow; q_{CE} = -5 \text{ kN/m}.
3)
4)
                                                                                         19) \sigma_{AB} = 95.5 \text{ MPa T}; \sigma_{BC} = 113.2 \text{ MPa T}
5) a); b); c).
                                                                                        20) P = 3785 \text{ N}
6) a)com a origem em A e x positivo à direita:
                                                                                        21) \tau = 6.0 \text{ MPa}
    V_{AB} = 3x; M_{AB} = 1.5x^2 - 12;
                                                                                        22) a) \sigma = 48,1 MPa T
                                                                                                                              b) \sigma = 62.5 \text{ MPa C}
    V_{BC} = -5x + 21.5; M_{BC} = -2.5x^2 + 21.5x - 39;
                                                                                        23) a) P = 14.3 \text{ kN}
                                                                                                                        b) \sigma = 31.7 \text{ MPa C}
    V_{CD} = -6.5; M_{CD} = -6.5x + 38.5;
                                                                                        24) a) \sigma_{CE} = 15.0 \text{ MPa T} b) \sigma_{DE} = 50.0 \text{ MPa T}
    b) V_A = 0; V_B = +6 \text{ e} +11.5 \text{ kN}; V_C = -3.5 \text{ e} -6.5 \text{ kN};
                                                                                        25) a) \tau = 23.0 \text{ MPa}
                                                                                                                          b) \sigma_{\rm e} = 24.1 \, \text{MPa}
    V_D = -6.5 \text{ kN}; M_A = -12 \text{ kN.m}; M_B = -6 \text{ kN.m};
                                                                                              c) \sigma_{\rm e} = 21.7 \, \text{MPa}
    M_{4.3\text{m}} = +7.23 \text{ kN.m}; M_C = +6 \text{ kN.m}; M_D = -7 \text{ kN.m};
                                                                                        26) L = 308 \text{ mm}
    c) V_{max} = +11,5 kN no ponto B; M_{max} = -12 kN.m no
                                                                                        27) a) P = 280 \text{ kN}
                                                                                                                        b) \sigma = 396 MPa C
    ponto A.
                                                                                        28) d = 63.3 \text{ mm}
7) a) com a origem em B e x positivo à direita:
                                                                                        29) b = 178,6 \text{ mm}
    M_{CD} = -2x^2 + 20x - 22,5;
                                                                                        30) P = 20.0 \text{ kN}
                                                                                        31) \sigma = 30,1 MPa C
    b) M_{2m} = -2 kN.m; M_{4.5m} = +23 e +15 kN.m;
                                                                                                                           \tau = 10,95 \text{ MPa}
    M_{7m} = +27.5 \text{ kN.m};
                                                                                        32) c.s. = 3.63
    c)
                                                                                        33) A = 168,1 \text{ mm}^2
8) a) com a origem em B e x positivo à direita:
                                                                                        34) d = 22 \text{ mm}
    M_{BC} = -2x^2 + 12x - 7.5;
                                                                                        35) L = d/4 . \sigma_{adm} / \tau_{adm}
    b) M_B = -7.5 \text{ kN.m}; M_C = +2.5 \text{ e} -3.5 \text{ kN.m};
                                                                                        36) Q = 3.72 \text{ kN}
    M_D = +4.5 \text{ kN.m};
                                                                                        37) x_e = 652 \text{ mm}
                                                                                                                      x_{\rm f} = 1.500 \, \rm mm
                                                                                        38) 22.8^{\circ} \le \theta \le 32.1^{\circ} e 57.9^{\circ} \le \theta \le 90.0^{\circ}
    c)
9) a) V_A = 0; V_B = -120 \text{ e} +95 \text{ kN}; V_C = +15 \text{ e} -20 \text{ kN};
                                                                                        39) \delta_C = 4,50 \text{ mm} \downarrow
                                                                                        40) Q_{max} = 16,96 \text{ kN}
    V_E = -20 \text{ e} + 30 \text{ kN}; V_F = 0; M_A = 0; M_B = -90 \text{ kN.m};
                                                                                                                        b) \sigma = 5,36 \text{ MPa T}
    M_C = +20 \text{ kN.m}; M_D = 0; M_E = -30 \text{ kN.m}; M_F = 0;
                                                                                        41) a) a = 35.7 m
    b) V_{max} = -120 \text{ kN no ponto } B; M_{max} = -90 \text{ kN.m em } B.
                                                                                        42) a) \delta_C = 2.95 \text{ mm} \downarrow
                                                                                                                                 b) \delta_D = 5.29 \text{ mm} \downarrow
                                                                                                                                 b) \delta_D = 5.71 \text{ mm} \downarrow
10) a); b).
                                                                                        43) a) \delta_B = 0.781 \text{ mm} \downarrow
11) a) V_A = -8.0 \text{ kN}; V_B = -8.0 \text{ e} +22 \text{ kN}; V_C = -2.0 \text{ e}
                                                                                        44)
     -14 \text{ kN}; V_D = -14 \text{ e} + 6.0 \text{ kN}; V_E = +6.0 \text{ kN};
                                                                                        45) P = 13,38 \text{ kN}
     M_A = +16 \text{ kN.m}; M_B = 0; M_C = +40 \text{ kN.m} e
                                                                                        46) x = 92.6 \text{ mm}
     -16 \text{ kN.m}; M_D = -12 \text{ kN.m}; M_E = 0;
                                                                                        47) a) P = 287 \text{ kN}
                                                                                                                           b) \sigma = 140.0 \text{ MPa C}
     b) V_{max} = +22 \text{ kN no ponto } B; M_{max} = +40,33 \text{ kN.m}
                                                                                        48) 1,27 mm \rightarrow
     num ponto 3,67 m à direita de B.
                                                                                        49) \sigma_a = 15,82 \text{ MPa C}
                                                                                                                            \sigma_c = 273 \text{ kPa T}
12) a);
               b).
                                                                                        50) \sigma = 12,08 \text{ MPa C}
                                                                                        51) a) T = 103,7°C
                                                                                                                          b) L = 250,1794 \text{ mm}
14) V_C = +3 kN e zero, V_D = -6 kN; M_B = +1 kN.m e
                                                                                        52) a) + 0.210 mm
                                                                                                                          b) -6.94 \mu m
     +2.5 kN.m, M_C = +5.5 kN.m, M_D = -0.5 kN.m;
                                                                                        53) 1,9952
     origem em A e x positivo à direita:
                                                                                        54) a) 10.2 \,\mu\text{m} b) 2.40 \,\mu\text{m} c) 8.90 \,\mu\text{m}
                                                                                        55) a) -61 \times 10^{-3} \text{ mm}; -198 \text{ mm}^3
     M = -1.5x^2 + 6x - 0.5
                                                                                              b) -24 \times 10^{-3} \text{ mm}; -594 \text{ mm}^3
15) a) q_{AD} = +16 \text{ kN/m}; F_B = 80 \text{ kN } \downarrow; F_D = 20 \text{ kN } \downarrow;
     M_D = +27.5 \text{ kN.m } \text{O};
                                                                                         56) a = 24 \text{ mm}
                                                                                                                     b = 150 \text{ mm}
     b) M_A = 0; M_B = +32 kN.m; M_C = -40 kN.m;
                                                                                        57) a) 65,1 MPa
                                                                                                                     b) 90,5 MPa
     M_D = -27.5 \text{ kN.m.}
                                                                                        58)
16) a) q_{AC} = -10 \text{ kN/m}; F_B = 75 \text{ kN } \uparrow; F_C = 15 \text{ kN } \downarrow;
                                                                                        59) a) \sigma = 562.5 MPa C
                                                                                                                                  b) \sigma = 187.5 \text{ MPa C}
     F_D = 35 \text{ kN } \uparrow; F_E = 25 \text{ kN } \uparrow; M_E = 55 \text{ kN.m } \circlearrowleft;
                                                                                        60) a) \sigma_{BD \, max} = 260 \, \text{MPa T}
                                                                                                                                   b) \delta_{C \max} = 5,20 \text{ mm}
     b) M_B = -45 kN.m; M_C = +25 kN.m; M_D = +45 kN.m;
                                                                                              c) \delta_{C \text{ final}} = \text{zero}
     M_E = -55 \text{ kN.m.}
                                                                                        61) a) \sigma = 248 \text{ MPa C} b) \sigma = 155 \text{ MPa T}
                                                                                        62) a) \sigma_{AC} = 250 \text{ MPa C} \sigma_{CB} = 187.5 \text{ MPa C};
17)
                                                                                              b) \delta_C = 93 \ \mu m \leftarrow
```